

المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية و الشباب	الامتحان الوطني الموحد لنيل شهادة البكالوريا دورة يونيو 2004	الشعبة: ع تجريبية - ع أ ص - ع ز المدة: 3 ساعات
--	---	---

www.9alami.info

التمرين 1

3.50

الفضاء (E) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

لتكن (S) مجموعة النقط $M(x; y; z)$ حيث $x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 2z + 2 = 0$

1- بين أن (S) فلكة مركزها $\Omega(0; 2; -1)$ و شعاعها $\sqrt{3}$.

2- أ- تحقق أن $A(-1; 1; 0) \in (S)$.

ب- أكتب معادلة المستوى (P) المماس للفلكة (S) عند النقطة A

3- تحقق من أن : $x + y + z - 2 = 0$ معادلة ديكارتية للمستوى (Q) المار من $B(1; 3; -2)$ و $\vec{n}(1; 1; 1)$ منظمية عليه

التمرين 2

3.50

نعتبر المعادلة $(E): z \in \mathbb{C} \quad z^2 - 4iz - 4(1+i) = 0$

نرمز لـ z_1 و z_2 لحلي المعادلة (E) حيث $R(z_1) > 0$

1- بين أن مميز المعادلة (E) هو $\Delta = [2\sqrt{2}(1+i)^2]$ ثم حدد z_1 و z_2

2- نضع $a = 2i$; $b = \sqrt{2}(1+i)$

تحقق أن $z_1 = a + b$; $z_2 = a - b$ و أكتب a و b على الشكل المثلثي.

3- في المستوى العقدي المنسوب الى معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{u}; \vec{v})$ ، نعتبر النقط A و B و C التي أحاقها على التوالي

هي a و b و z_1 .

أ- مثل النقط A و B و C و تحقق أن $\vec{OC} = \vec{OA} + \vec{OB}$ و أن $OA = OB$

ب- استنتج أن A و B و C معين ثم أن $[2\pi]$ $\arg(z_1) \equiv \frac{3\pi}{8}$

التمرين 3

03

يحتوي كيس على تسع بیدقات لا يمكن التمييز بينها باللمس بیدقتان بيضاوان تحملان الرقم 1 وثلاثة بیدقات تحمل حمراء

تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 و أربع بیدقات سوداء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، 2

نسحب من عشوائيا في ان واحد ثلاث بیدقات من الكيس.

1- أحسب احتمال كل من الأحداث :

A : " البیدقات الثلاث المسحوبة مختلفة اللون (بیدقة من كل لون) "

B : " البیدقات الثلاث المسحوبة تحمل نفس الرقم "

C : " من بين البیدقات المسحوبة توجد على الأقل بیدقة واحدة حمراء "

2- أحسب احتمال $A \cap B$

www.9alami.info

$$f(x) = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^x + 1}$$

(I) نعتبر f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بما يلي:

ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أ- تحقق أن $\forall x \in \mathbb{R} \quad \frac{1}{e^{-x} + 1} = 1 - \frac{1}{e^x + 1}$.

ب- بين أن الدالة f فردية

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(3) أ- بين أن $\forall x \in \mathbb{R} \quad f'(x) = -\frac{1}{2} \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)$.

ب- أعط جدول تغيرات f على \mathbb{R}^+

ج- استنتج أن $\forall x \in \mathbb{R}^+ \quad 1 - \frac{2}{e^x + 1} < \frac{1}{2}x$

(4) بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - \left(1 - \frac{1}{2}x \right) \right] = 0$ ثم أول هندسيا هذه النتيجة.

(5) أنشئ في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ المستقيم ذا المعادلة $y = 1 - \frac{1}{2}x$ ثم أنشئ المنحنى (C) .

(6) أ- بوضع $t = e^{-x}$ بين أن $\int_{-1}^0 \frac{1}{1+e^x} dx = \ln \left(\frac{e+1}{2} \right)$

ب- أحسب مساحة الحيز المحصور بين (C) و محور الأفاصل و المستقيمين اللذين معادلتهما على التوالي $x = -1$

و $x = 0$.

(II) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي:

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = 1 - \frac{2}{e^{u_n} + 1} \text{ و } u_0 = 1$$

1- بين بالترجع أن $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n > 0$

2- أ - تحقق باستعمال نتيجة السؤال الثالث من الجزء الأول أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} < \frac{1}{2}u_n$

ب - استنتج أن المتتالية (u_n) تناقصية.

3- بين أن $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n < \left(\frac{1}{2} \right)^n$ ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

الدورة العادية 2004

التمرين الأول :

(1) لدينا $x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 2z + 2 = x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 - 3$
 إذن $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$ معادلة ديكارتية لـ (S) فلكة مركزها $\Omega(0,2,-1)$
 و شعاعها $r = \sqrt{3}$.

(2) أ- $\Omega A = \sqrt{3} \Rightarrow A \in (S)$

ب- $M(x, y, z) \in (P) \Leftrightarrow \overrightarrow{\Omega A} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow x + y - z = 0$

(3) أ- $\vec{n}(1,1,1)$ منظمية على (Q) $x + y + z + d = 0 \Leftrightarrow d = -2 \Leftrightarrow B \in (Q)$

ب- $d = -2 \Leftrightarrow B \in (Q)$ و $d = -2 \Leftrightarrow B \in (Q)$ $d = -2 \Leftrightarrow B \in (Q)$ $d = -2 \Leftrightarrow B \in (Q)$

و مركزها $H(a, b, c)$ المسقط العمودي لـ Ω على (Q) . $R = \sqrt{r^2 - d^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

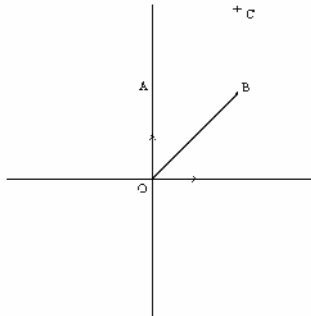
إذن : $H\left(\frac{1}{3}, \frac{7}{3}, -\frac{1}{3}\right) \Leftrightarrow t = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \exists t \in \mathbb{R} / \begin{cases} a = t \\ b = 2 + t \\ c = -1 + t \\ a + b + c - 2 = 0 \end{cases}$

التمرين الثاني :

(1) $\Delta = (2\sqrt{2}(1+i)) \Leftrightarrow 2i = (1+i)^2$ و $\Delta = -16 + 16(1+i) = 16i$
 $z'' = 2i + 2\sqrt{2}(1+i) = 2\sqrt{2} + (2 + 2\sqrt{2})$ و $z' = 2i - 2\sqrt{2}(1+i) = -2\sqrt{2} + (2 - 2\sqrt{2})$
 $z' = z_2$ و $z'' = z_1 \Leftrightarrow \text{Re}(z'') > 0$

(2) $b = \left[2, \frac{\pi}{4}\right]$ و $a = \left[2, \frac{\pi}{2}\right]$

أ- (3)



$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} \Leftrightarrow \text{aff}(C) = \text{aff}(A) + \text{aff}(B)$

$OA = OB \Leftrightarrow \frac{OA}{OB} = \frac{|a|}{|b|} = 1$

ب- $OB \parallel \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ متوازي الأضلاع $OB \parallel \overrightarrow{OC} \Leftrightarrow \text{arg}(z_1) \equiv \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right]$ معين $OB \parallel \overrightarrow{OC} \Leftrightarrow OA = OB$

$$\cdot (\vec{e}_1, \overrightarrow{OC}) \equiv \arg(b) + \frac{1}{2} (\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OA}) \equiv \frac{3\pi}{8} [2\pi] \Leftarrow (\vec{e}_1, \overrightarrow{OC}) \equiv (\vec{e}_1, \overrightarrow{OB}) + (\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}) [2\pi]$$

التمرين الثالث :

$$p(B) = \frac{C_5^3 + C_4^3}{C_9^3} = \frac{1}{6} \quad , \quad p(A) = \frac{C_2^1 C_3^1 C_4^1}{C_9^3} = \frac{2}{7} \quad (1)$$

$$p(C) = 1 - p(\overline{C}) : \overline{C} : \text{"لا توجد أي بيضة حمراء من بين البيدقات المسحوبة"}$$

$$p(C) = \frac{16}{21} \Leftarrow p(\overline{C}) = \frac{C_6^3}{C_9^3} = \frac{5}{21}$$

$$\cdot p(A \cap B) = \frac{C_2^1 C_1^1 C_2^1}{C_9^3} = \frac{1}{21} \Leftarrow "B_1 R_1 N_1" : A \cap B \quad (2)$$

التمرين الرابع :

$$\cdot \forall x \in \mathbb{R}, \quad \frac{1}{e^{-x} + 1} = \frac{e^x}{1 + e^x} = \frac{e^x + 1 - 1}{1 + e^x} = 1 - \frac{1}{e^x + 1} \quad \text{أ-} \quad (1)$$

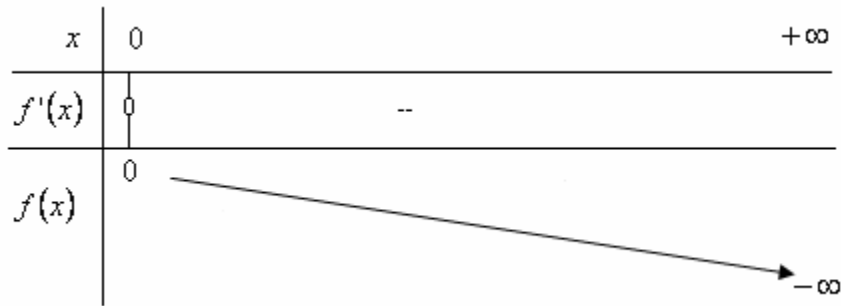
ب- \mathbb{R} متماثل بالنسبة للصفر

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(-x) = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^{-x} + 1} = 1 + \frac{1}{2}x - 2\left(1 - \frac{1}{e^x + 1}\right) = -f(x) \quad \text{و}$$

$$\cdot \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \quad (2)$$

$$\cdot \forall x \in \mathbb{R}, \quad f'(x) = -\frac{1}{2} + \frac{2e^x}{(e^x + 1)^2} = -\frac{1}{2} \left(\frac{e^{2x} - 2e^x + 1}{(e^x + 1)^2} \right) = -\frac{1}{2} \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2 \quad \text{أ-} \quad (3)$$

ب- لكل x من \mathbb{R}^+ لدينا $f'(x) < 0 \Leftarrow f$ تناقصية قطعاً على \mathbb{R}^+ ، إذن :

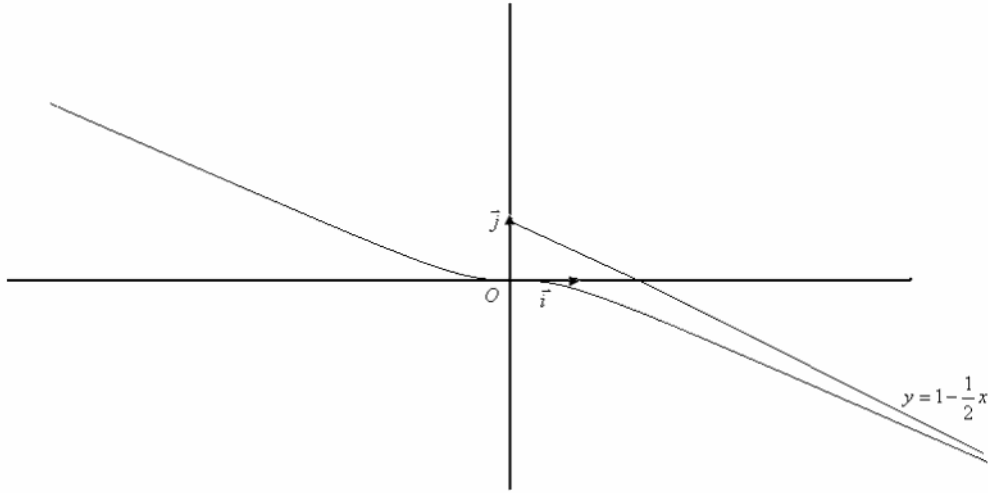


$$\text{ج- } f \text{ تناقصية قطعاً على } \mathbb{R}^+ \text{، إذن : } x \geq 0 \Leftarrow f(x) \leq f(0) \text{ يعني } 1 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^x + 1} \leq 0$$

$$\cdot \forall x \in \mathbb{R}^+ : 1 - \frac{2}{e^x + 1} \leq \frac{1}{2}x \quad \text{و منه}$$

$$\cdot \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - \left(1 - \frac{1}{2}x \right) \right] = 0 \quad (4)$$

$$(C) \text{ يقبل مقارباً مانلاً بجوار } +\infty \text{ معادلته } y = 1 - \frac{1}{2}x$$



$$(6) \quad \int_{-1}^0 \frac{1}{1+e^x} dx = \int_e^1 \frac{t}{1+t} \left(-\frac{dt}{t} \right) = -\int_e^1 \frac{1}{1+t} dt = \ln\left(\frac{e+1}{2}\right) \quad \text{إذن} \quad dx = -\frac{dt}{t} \Leftrightarrow t = e^{-x} \quad \text{أ-}$$

$$\text{ب-} \quad A = \int_{-1}^0 |f(x)| dx = \left[x - \frac{1}{4} x^2 \right]_{-1}^0 - 2 \ln\left(\frac{e+1}{2}\right) = \frac{5}{4} - 2 \ln\left(\frac{e+1}{2}\right) (um)$$

-II

$$(1) \quad \text{من أجل } n=0 : U_0 = 1 > 0$$

$$\text{نفترض أن } U_n > 0 \quad \text{إذن} \quad e^{U_n} + 1 > 2 \quad \text{ومنه} \quad \frac{2}{e^{U_{n+1}}} < 1 \quad \text{أي} \quad U_{n+1} = 1 - \frac{2}{e^{U_{n+1}}} > 0$$

$$\text{إذن :} \quad U_n > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

$$(2) \quad \text{أ- لدينا } x \in \mathbb{R}^+ : 1 - \frac{2}{e^x + 1} \leq \frac{1}{2} x \quad \text{نضع } x = U_n \quad (U_n > 0) \quad \text{فنجد} \quad 1 - \frac{2}{e^{U_n} + 1} \leq \frac{1}{2} U_n$$

$$\text{أي} \quad U_{n+1} \leq \frac{1}{2} U_n \quad \text{لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

$$\text{ب- لدينا } U_{n+1} \leq \frac{1}{2} U_n \quad \Leftrightarrow U_{n+1} - U_n \leq -\frac{1}{2} U_n < 0 \quad \Leftrightarrow (U_n) \text{ متتالية تناقصية.}$$

$$(3) \quad \text{من أجل } n=0 : U_0 = 1 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$$

$$\text{نفترض أن } U_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad \text{إذن} \quad \frac{1}{2} U_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \quad \text{ومنه} \quad U_{n+1} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \quad (\text{لأن } U_{n+1} \leq \frac{1}{2} U_n)$$

إذن $U_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$ لكل n من IN .
لدينا $0 < U_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$ و $\lim \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$ $\Leftrightarrow \lim U_n = 0$.

www.9alami.info